

選舉結果不比例性的測量指數 ——方法論的評析

謝相慶*

一次選舉結果，各參選政黨得票與席次之間的關係，呈現不成比例的分配現象；甚至以各種比例代表制當選規則分配各政黨當選席次，其結果也是不成比例。不比例性概念如何界定與測量，係屬方法論的範疇。Lijphart在1985年曾指出，選舉制度研究尚無法解決如何測量不成比例的問題，是此一研究領域低度發展的標記(p.11)。可是，十年後的現況，只見測量不比例性的指數叢生，但如何抉擇，又是一番爭論。目前有那些主要的測量指數？每一種指數的基本特性、計算公式及優缺點各為何？又如何針對研究主題挑選一種較合適的測量指數？這些問題攸關研究結果能否獲致有效的結論，應予釐清。本文擬從方法論的角度探討這些問題。

壹、前言

「誰得到什麼？如何獲得？」(Lasswell, 1940)與「分配的正義」(Rawls, 1971)，一直是社會科學界共同關注的課題。Coulter (1989:3)將「分配」(distribution)界定為：在一個系統(system)內，某種客體(objects)——為一種資源或一項事物——之各單位(units)，在各構成要項(components)之間分割(division)的情況。分割的結果，各構成要項之持份(shares)不同，就形成分配不平等(inequality)、集中(concentration)或不公道(inequity)等各種現象。

測量一種分配結果不平等或不公道的程度，Coulter (1981:397 & 1989:16)認為，首先要設定該客體應如何被分配的一種量化基準(a quantitative norm)，也就是界定平等或公道的基準，再比較實際的分配結果偏離該基準的程度。不平等與不公道的區別，就在於基準不同。平等的基準，為該客體本身分配的某種數值如平均值。而公道的基準，又稱為衡平標準(equity standard)，則為另一種不同客體的分配。換言之，平等的基準在各構

* 政治大學政治研究所博士候選人

成要項之間是一致的，而衡平標準卻是各異的。因此，不平等可界定為：在一個系統內各構成要項之間分配某種客體，結果偏離完全平等的程度。不公道可界定為：在一個系統內各構成要項之間分配某種客體，結果偏離另一種客體分配（指衡平標準）的程度。Coulter & Pittman (1983:216)認為，不平等屬單變異測量(univariate measure)，而不公道屬雙變異測量(bivariate measure)。Monroe (1994:136)進一步指出，測量不公道的衡平標準不可以有負數；而且兩種客體各自分配的加總值必須相等。

至於不平等與集中的區別，則為各構成要項的持份不同。一種客體的分配，如果系統內各構成要項的個別持份不符合平等的基準，就產生不平等的現象。分配不平等的特性之一，是系統中如有一個構成要項的持份超額(surplus)，必導致其他一個以上構成要項的持份不足(deficit)。如果大部份的超額或不足落在少數構成要項，則不僅是不平等，而且有某種程度集中的現象(Coulter, 1984:324 & 1989:12)。

在社會科學中，學者們已將分配的不平等、集中及不公道等現象概念化；並且將概念運作化，建構各種測量指數(indices)或係數(coefficients)（註一），以數字的形式來描述這些現象。

為研究選舉制度的政治效應，本文視每次選舉結果為各政黨得票與席次重分配的過程。這種分配係以一個多黨競爭的民主政體為系統，以選票與席次為分配的客體，以每張選票或每個席次為單位，以參選政黨為構成要項，以各政黨的得票率或當選率為其持份，因此，每次選舉結果均包含選票與席次兩種不同客體的分配。選舉結果各政黨的得票數或當選席次數如不相等，就形成分配不平等的現象；如各政黨的當選席次未能依其得票比例分配，即造成「不比例」(disproportionality)現象，故不比例應歸屬不公道的現象之一。（註二）

我們並不預期選舉結果各政黨會獲得相等的選票與席次，而是希望各政黨的當選率應接近其得票率。實際的選舉結果顯示，各政黨的得票率並不相等，此乃因選民支持程度不同所致，已非本文討論範圍。本文以選舉結果各政黨得票持份為衡平標準，探討各政黨所得國會席次未能依其得票比例分配的問題，也就是所謂不比例性，這是選舉結果的特性之一。選舉制度多在選舉區分配政黨當選席次，決定何人當選，故選舉區是產生選舉結果的基本單位，累計選舉區的選舉結果成為地區及全國性的資料；因此，選舉結果分配不成比例的現象，可從選舉區、地區及全國等層次來研究。但現有各國選舉結果資料多屬全國層次，難得選舉區及地區的資料。對於選舉區層次的研究通常多使用假設性的例子。

不比例性概念的運作界說為：一次選舉結果，各參選政黨席次持份(%Si)偏離其得票持份(%Vi)的程度。為描述不比例性現象，學者們已設計出多種比例代表性偏差指數作

為測量工具。鑑於選舉結果各政黨得票持份經由當選規則之計算，轉換為席次持份，因此，這些指數可用以比較各種選舉制度不成比例的程度。

貳、各種比例代表性偏差指數

本文討論分配的不比例性，係測量一次選舉結果各政黨的席次持份偏離其得票持份的程度。測量尺度(scale of measurement)，就分配單位言，無論是選票或席次均屬等比尺度(ratio scale)；就構成要項言，政黨屬類名尺度(nominal scale)；政黨的持份無論是加總各政黨得票數與當選席次數的次數(frequencies)分配，或是換算為得票率與當選率的比例(proportions)分配，均屬等比尺度，有絕對的0，可作加減乘除運算。不過，因有效票數與應選名額之數目並不相等，無法直接測量兩者之間不成比例的程度，故將各政黨當選席次與得票持份換算為百分比，而採當選率(% S_i)與得票率(% V_i)。

為測量選舉結果不比例的程度，學者們所設計的多種比例代表性偏差指數，據筆者歸納，這些指數具有下列共同的數學特徵：(1) S_i 與 V_i 為兩種不同的分配，(2)以 V_i 為分配的衡平標準，故 S_i 與 V_i 為一對一的對應關係，(3) $\sum S_i = \sum V_i = 1 = 100\%$ ，(4)運算過程採數學上的偏差模型(deviation model)（註三），再加總各政黨的偏差為指數值。

這些指數的加總核心可分成兩類：(1)以差額(difference)為基礎，即 $S_i - V_i$ ；(2)以比值(ratio)為基礎，即 S_i/V_i 。兩者的形式雖不同，但仍相關連，如 $S_i - V_i = V_i (S_i/V_i - 1)$ 。Gallagher (1991:38)認為，前者係測量每一政黨的當選率對得票率之差額的絕對差異(absolute differences)；後者係測量每一政黨的當選率對得票率之比值的相對差異(relative differences)。以下分別介紹之。

一、以差額為基礎

以差額($S_i - V_i$)為基礎所設計的比例代表性偏差指數，其數學特徵之一，是加總各參選政黨的差額其和必為0，故要使用絕對值或平方。此乃因一次選舉結果各政黨得票率與當選率的分配，如有一黨過度代表必導致他黨不足代表；而且過度代表政黨的正差額與不足代表政黨的負差額相等(Lijphart, 1984:162)，正負值相抵銷，總和必為0，其關係可以數學形式表示如下：

$$\sum S_i = \sum V_i, \sum S_i - \sum V_i = 0, \text{故} \sum (S_i - V_i) = 0$$

因此，以差額為基礎所設計的測量偏差指數，不能只加總各政黨的差額，而要使用絕對值或平方。以下分別介紹五種以差額為基礎的指數。

(一)Loosemore-Hanby D指數

John Loosemore & Victor J. Hanby (1971:468)以每次選舉結果，所有參選政黨的席次分配未能反映(mirror)其得票分配的程度為「扭曲」(distortion, D)。扭曲即偏差。計算偏差值，如只加總所有政黨當選率對得票率差額的絕對值，則最小值為0，發生於各黨的當選率均等於其得票率的情況；最大值為2，發生於一黨以接近零得票率獲得所有席次的情況。為使D指數值的上限變為1，故除以2。以*i*為個別政黨，Loosemore-Hanby D指數公式為：

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |S_i - V_i|$$

Loosemore & Hanby (1971:469), Taagepera & Shugart (1989:105)均認為，D指數公式除以2的道理在於 $\sum |S_i - V_i|$ 的最大值為2。Coulter (1989:166)亦指出：各政黨差額的絕對值之總和必須除以2，否則將重複計算。不過，筆者認為，D指數公式除以2的道理，在於一次選舉結果，過度代表政黨($S_i > V_i$)的加總正差額，與不足代表政黨($S_i < V_i$)的加總負差額相等。因此，計算一次選舉結果的D值，只需加總過度代表或不足代表的差額之一即可。不過，為計算方便，不必在意那些政黨超額，那些政黨不足，累加所有政黨差額的絕對值再除以2，即可得出D值。

Gallagher (1991:39)認為，Loosemore-Hanby D指數犯了「新州矛盾」('new state' paradox)，而易受批評。所謂「新州矛盾」係指美國眾議院議員各州的配額(apportion)，如以Hamilton法分配可能會發生一種矛盾的現象，即增加一個新的州，總名額雖隨著人口數增加而增加，但重分配的結果原來有些州的應選名額卻減少(Balinski & Young, 1982:43-4)。Hamilton法為Alexander Hamilton所創，於1852-1902年間用以分配美國各州應選眾議院議員名額，其計算方法為：(1)以總人口數除以總應選名額得出分配一名的商數，(2)再將各州的人口數除以該商數，得幾個商數就分配幾個名額，(3)未分配的剩餘名額，再依次分給剩餘人口數最多的州(Balinski & Young, 1982:16-7)。每一州最多分得一個剩餘名額。Hamilton法也就是後來出現的黑爾商數(Hare quota)最大餘數法。筆者認為，造成新州矛盾的原因在於重新配額的結果，涉及兩次不同的分配，總應選名額及各州人口比率均已改變，導致原以餘數分得的一席，因剩餘人口數與剩餘名額不同，而無法再得，故不應歸咎於D指數。(註四)

(二)Rae I指數

Douglas W. Rae (1967:84)提出I指數，先累加得票率在0.5%以上各黨當選率對得票

率差額的絕對值，再除以得票率在0.5%以上的參選政黨數(n)，所得公式為：

$$I = (1/n) \sum |S_i - V_i|$$

Rae I指數的除數以得票率在0.5%以上的參選政黨數n取代2，實為測量參選政黨當選率對得票率的平均偏差，顯然與D指數除以2的道理不同。因 $\sum |S_i - V_i|$ 的最大值為2，故I指數值的上限為2/n，下限為0。在兩黨參選時，上限為1。

Loosemore & Hanby (1971:475)認為， $D=nI/2$ 。當n=2時，I值=D值。當n≥3時，I值<D值。鑑於Rae I指數排除得票率在0.5%以下的政黨，筆者認為，如欲符合 $D=nI/2$ ，必須加上「得票率在0.5%以下的政黨均未獲席次」之條件。茲以黑爾商數最大餘數法應選120名五黨參選，各黨得票率組合{43%, 36%, 16%, 4.51%, 0.49%}之選舉區為例檢證如下：

政 黨	甲	乙	丙	丁	戊
得票率V%	43	36	16	4.51	0.49
席 次S	52	43	19	5	1
當選率S%	43.33	35.83	15.83	4.16	0.833
差 額%	+0.33	-0.17	-0.17	-0.35	+0.34

上例得票率在0.5%以上的政黨有4個，I值=0.255%，D值=0.67%， $nI/2=0.51\% \neq D$ 。

I指數對參選政黨數相當敏感，比較適用於參選政黨數較多，且各政黨的當選率與得票率相當平均的特殊情況。茲以黑爾商數最大餘數法計算下列兩個例子：例一：應選10名2黨參選各政黨得票率組合{56, 44}。例二：應選10名10黨參選各政黨得票率組合{11, 11, 11, 11, 9, 9, 9, 9, 9}。

	例一		例二									
政 黨	甲	乙	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸
得票率V%	56	44	11	11	11	11	11	9	9	9	9	9
席 次S	6	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
當選率S%	60	40	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
指數值%	D=4%, I=4%		D=5%, I=1%									

比較例一與例二，就參選政黨數、政黨得票率及當選率之分布形態來看截然不同。

直覺上 $I=1\%$ 似乎比 $D=5\%$ 較能反映例二有眾多實力相當政黨的真實情況。例二的D值顯然係由大量政黨所累積而成的。因此，Lijphart (1984:163 & 1985:10); Monroe (1994:139)認為D指數對參選政黨數「太過於敏感」。可是，例一 $D=4\%$ ，例二 $D=5\%$ ，Gallagher (1991:40)認為比較適當的說法應是，D指數對參選政黨數「太過於不敏感」。筆者同意Gallagher的論點，因為D指數公式的除數是2而非參選政黨數 n 。（註五）

再者，Lijphart (1990:494 n.3)認為，在有大量政黨參選時，D指數比I指數有誇大不成比例的傾向。筆者認為，並不盡然。茲以黑爾商數最大餘數法計算下列兩個例子：(1)例三應選20名3黨參選各政黨得票率組合{48, 32, 20}，(2)例四應選20名6黨參選各政黨得票率組合{48, 32, 5, 5, 5, 5}。

	例三			例四					
政黨	甲	乙	丙	甲	乙	丙	丁	戊	己
得票率V%	48	32	20	48	32	5	5	5	5
席次S	10	6	4	10	6	1	1	1	1
當選率S%	50	30	20	50	30	5	5	5	5
指數值%	D=2%, I=1.33%			D=2%, I=0.67%					

比較例三與例四，例四較多的小黨，降低I值，可是D值卻反映出例三與例四，在本質上相同的直覺印象。

Katz (1980:140)指出，Rae I指數最大的缺失是給予小黨太重的加權；就其極端，如有無數個得票很少且未獲席次的政黨也包括在內，則每一種選舉制度將呈完全比例。為避免此一問題，Rae將得票率低於0.5%的政黨排除在外。但如出現很多得票率僅過0.5%的政黨I值仍將降低。再者以0.5%為分隔點是武斷的，為何不用1%、2%、5%或10%? Rae (1967:84)研究20個國家116次選舉，發現平均I值=2.39%，顯然偏低。Lijphart (1985:10)鑑於採比例代表制選舉的國家，其參選政黨數較多，故認為Rae I指數將誇大(overstate)比例代表制的比例性；而Loosemore-Hanby D指數卻低估(understate)其比例性。因此，他建議，除數不用2或所有參選政黨數，而用Laakso & Taagepera (1979)所提的「有效政黨數」(effective number of parties)（註六）。筆者認為，D指數除以2的道理在於一種分配不成比例的情況中，超額與不足兩者相等，而無關參選政黨數。Lijphart (1985:10)又建議以5%而不是0.5%為分隔點。其實兩者同樣地武斷。

(三)Lijphart 「兩最大黨指數」與「最大黨偏差指數」

A. Lijphart (1984:163 & 1985:10-11)提出「兩最大黨指數」(two-major-parties

index)，目的是為緩和D指數與I指數的差異，並求能普遍適用於不同國家、不同選舉制度及不同政黨制度，公式為：

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 |S_i - V_i| = (1/2)(|S_1 - V_1| + |S_2 - V_2|)$$

此一指數係假定兩大黨的偏差情況，最能反映出整個選舉結果的不成比例現象。兩最大黨指數值實為最大兩個政黨的平均偏差，其數值大體上位於D值與I值之間，但比較接近D值。

兩最大黨指數的缺點有：(1)以兩最大黨為分隔點是武斷的，為何不考慮第三黨或僅考慮最大黨？(2)無法反映出比例代表性偏差僅發生在第三黨以下的情況。(3)無法反映最大黨是唯一贏家的情況。因此，連Lijphart (1990)也不使用他所設計指數，而採用D指數。

Lijphart (1994:62)最近又提出「最大黨偏差指數」(largest-deviation index)。他認為，一次選舉結果，最大的偏差值通常是最大黨過度代表的正差額。筆者認為，無論在理論上與實際上選舉結果最大偏差的政黨，並不必然落在最大黨。此一指數與兩最大黨指數犯了同樣的毛病。

(四)Rose R指數

Rose (1984:75); Mackie & Rose (1982:411n.11)提出「比例性指數」(proportionality index)，加總各黨當選率對得票率差額的絕對值，除以2，再被1減，公式為：

$$R = 1 - (1/2) \sum |S_i - V_i|$$

其實這就是Loosemore-Hanby D指數的補數(complementary index), $R=1-D$ ，也就是將不比例度10%，說成比例度90%。R與D兩者所含的訊息內容相同，區別在於D指數的上限為1，下限為0，等於1時為完全不成比例；而R指數的上限為0，下限為1，等於1時為完全比例。

Fry & McLean (1991:54)認為，Rose R指數就是「為達到完全比例代表而不需要換手的席次比例」；因此，R值就是過度代表政黨的得票率，加上不足代表政黨的當選率的和。若一黨贏得所有席次，則R值為該黨之得票率。此外，Fry & McLean (1991:54)利用比值的形式，將Rose的比例性指數改寫為：

$$R = 1 - (1/2) \sum V_i | (S_i/V_i) - 1 |$$

這種表達方式或可解釋為，以每位選舉人應具有相同比例的代表性（亦即一票一值）為

基準，計算支持每一政黨的每一張選票平均所占席次份量的差額，亦即Fry & McLean (1991:54-5)所謂「相對平均偏差」(relative mean deviation)。為避免給予小黨過重的份量，必須按各政黨的得票率加權，而使得每一政黨偏差的絕對值成爲： $V_i | (S_i/V_i) - 1 |$ 。鑑於 $V_i | (S_i/V_i) - 1 | = | S_i - V_i |$ ，又回復到D指數，因此，Taagepera & Shugart (1989: 263)認爲，D指數在邏輯上是引申自比值。

(五)Gallagher最小平方指數

Gallagher (1991:40-1)利用數學中估算資料精確性的最小平方法(method of least squares)，以各政黨當選率對得票率差額爲誤差，提出最小平方指數，加總每一黨當選率對得票率差額的平方，除以2，再取其平方根，公式爲：

$$LSq = \sqrt{(1/2) \sum (S_i - V_i)^2}$$

最小平方指數的上限爲1，下限爲0。Lijphart (1994:60-1)指出，最小平方指數值，除在兩黨時與I值及D值相同外，其餘情況則介於兩者之間，亦即 $I \text{ 值} \leq LSq \text{ 值} \leq D \text{ 值}$ 。最小平方指數將各政黨的差額平方，導致對較大的偏差給予較重的加權。此外，最小平方指數爲何在加總各政黨差額的平方後要除以2，Gallagher並未說明理由。不過，筆者認爲，這種做法顯然不能以D指數因過度代表與不足代表相等而除以2的道理來解釋。

Gallagher (1991:39)在計算最小平方指數時，將「其他政黨」算作一個政黨。Lijphart (1994:61)認爲，如將兩個政黨或更多政黨的偏差算成一個政黨，平方的結果，會誇大不成比例的程度，故此種做法並不可取。

二、以比值爲基礎

以比值(S_i/V_i)爲基礎所設計的比例代表性偏差指數，係爲測量各政黨席次當選率對其得票率的相對差異。Taagepera & Laakso (1980:425)計算個別政黨席次當選率對其得票率的比值，稱爲該政黨在某次選舉的「優勢比」(advantage ratio, A)。

$$\text{優勢比} = \frac{\text{席次當選百分率}(\%S)}{\text{得票百分率}(\%V)} = \frac{\text{實際的代表}}{\text{比例代表}}$$

一個政黨如未獲得席次，則優勢比值等於0；如當選率等於得票率，則優勢比值等於1，稱爲「完全比例」(perfect proportionality)；如當選率低於得票率，則優勢比值介於1與0之間，稱爲「低度代表」(underrepresented)；如當選率高於得票率，則優勢比值大於1，稱爲「過度代表」(overrepresented)。優勢比的缺點，是沒有明確的上限，如得

票率接近0的政黨當選一席時，其比值趨於無限大。

Gallagher (1991)認為，以比值為基礎所設計的偏差指數，係用以極小化除數最高平均數法的偏差。所謂除數最高平均數法，係比例代表制當選規則的次類，計算方法為：將各政黨的得票數依次除以特定的除數系列，凡得最高平均數之政黨得一席，直到分完該選舉區應選名額 m 。依除數系列之不同，又可分為：

①頓特法(d'Hondt method)：除數系列為 $1, 2, 3, \dots, m$ 。

②聖拉噶法(Sainte-Lague method)：除數系列為 $1, 3, 5, \dots, 2m-1$ 。

③聖拉噶修正法(modified Sainte-Lague method)：除數系列為 $1.4, 3, 5, \dots, 2m-1$ 。

以下介紹Gallagher (1991)所提兩種測量除數最高平均數法偏差的指數。

(一) Sainte-Lague 指數

A. Sainte-Lague (1910)所設計的聖拉噶法比例代表制當選規則，係為極小化不足代表。Sainte-Lague 指數係運用Gauss最小平方方法則(rule of least squares)，以各政黨當選率對得票率之比值偏離完全比例為誤差，將誤差平方，並以該黨得票率加權，加總各政黨偏差數值所得的和，為其所欲極小化的不比例概念（詳見Lijphart & Gibberd, 1977: 241-2），公式為：

$$\sum V_i(S_i/V_i - 1)^2 \text{ 或 } \sum [(S_i - V_i)^2/V_i]$$

Sainte-Lague 指數將各政黨比值的偏差平方之結果，導致對較大的偏差值給予較重的加權。當各政黨完全比例代表時，Sainte-Lague指數值最小為0；不過，當得票率接近0的政黨當選一席時，指數值趨於相當大。因此，筆者認為，加總各政黨比值誤差的平方所得數值，很難以解釋，甚至無意義。

Sainte-Lague (1910)認為，如以每位選民應有相同程度的影響力來看，此一公式係為極小化不足代表者之抱怨。也就是以每一張選票應具有相同比例的代表為分配標準。

至於極小化聖拉噶修正法不比例性的測量指數，是否與Sainte-Lague指數不同？Gallagher (1991:42)認為：除了對得票率低於 $1/m$ 的政黨其除數要以 $V_i/1.4$ 取代 V_i 外，其餘與Sainte-Lague指數相同。

(二) d'Hondt 指數

Gallagher (1991:42)認為，d'Hondt指數所欲極小化的是最過度代表政黨之正偏差，而以各政黨中最大的優勢比值為其比例代表性偏差指數，只取一黨而非加總各政黨，公式為：

$$\max(A_i) = \max(S_i/V_i)$$

當各政黨的當選率與得票率相同時，d'Hondt指數為最小值1。當得票率接近零的政黨當選一席時，最大值趨於無限大。

d'Hondt指數的缺點，是小黨可能以些微差額的過度代表，產生相當大的優勢比值。如義大利1983年大選Val d'Aosta Union以28,086票，得票率0.076%當選一席，當選率為0.159%，優勢比值為2.085（資料見Mackie & Rose, 1991:272-5）。為避免此一缺點，Gallagher (1991:39 & 43)建議，d'Hondt指數只取得票率在5%以上政黨之最大優勢比值，稱之d'Hondt (5%)指數。

以上所列舉的測量不比例性概念之各種指數，並未舉盡，事實上新的指數仍在出現中(Monroe, 1994)。

參、方法論的評估

指數是將概念運作化的測量工具。前文已介紹過多種測量選舉結果不成比例的指數。我們必須瞭解，以不同的指數去測量同一套資料，會得出不同的數值，這些數值所代表的意義，在進行研究之前必須先予釐清，否則選錯指數將得出無效的結論。

Taagepera (1979:275)認為，學者們勤於設計新的指數，已造成「指數的叢林」，卻很少有學者將這些新的指數置於社會科學文獻中來討論。Taagepera & Shugart (1989, Appendix C3)，曾將D指數與其他測量偏差的指數加以比較分析。

本文擬從方法論的角度，將前述各種比例代表性偏差指數置於不平等指數系絡中，加以評估。主要是以Coulter (1989)所提評估各種不平等指數的兩類標準：(1)概念上的標準(conceptual criteria)與(2)技巧上的標準(technical criteria)為依據，從中選擇一些項目來比較。（註七）不過，我們必須先瞭解測量不平等與測量不比例，兩者在方法論上的特性並不完全相同。

一、概念上的標準

所謂概念上的標準，係指不比例性概念本身所蘊涵的基本特性，而為各種測量不比例性指數所應體現者。

(一)是否符合尺度無變異(scale invariance)原則

依Atkinson (1970:251); Allison (1978:866-7); Coulter (1989:18)的界定，「尺度無變異」為系統中每一構成要項的原始持份同乘以一個正的常數，其指數值不變，亦即呈比例增加。以所得不平等為例，家戶所得不論以美元或新台幣計算，其指數值應不變。選舉結果不成比例的測量須符合此一特性之道理，在於每次選舉結果各政黨的得票數與當

選席次數均不相同，因此，各政黨的持份須換算為百分比，才符合 $\sum S_i = \sum V_i = 1$ 的條件。也就是將各政黨的得票數與席次數同乘以（或同除以）一個正的常數，其相對差異維持不變，不會改變其得票率與當選率，故不影響指數值。前述各種比例代表性偏差指數均符合此一原則。

不過，如每一構成要項的持份同加上一個正的常數，則大黨持份的比率減少，小黨持份的比率增加；同減去一個正的常數，則大黨持份的比率增加，而小黨持份的比率減少。至於不比例性指數值增加抑或減少？因涉及兩種不同分配，尚待研究。此與Atkinson (1970:251-2); Allison (1978); Coulter (1989:18)等人所謂，不平等指數有「增加常數原則」(principle of constant additions)並不相同。所謂「增加常數原則」，係指系統內每一構成要項同加上一個正的常數，不平等指數值應減少；而同減去一個正的常數，不平等指數值應增加；屬單變異測量。

(二)是否對集中現象敏感

比例代表性偏差指數係測量政黨當選率偏離其得票率的程度，故多使用減法原則，而稱為比例代表性偏差；並不在意那個政黨超額代表，或那個政黨不足代表。可是，測量集中的指數卻關注超額代表的位置(location)，是集中在一個政黨、少數政黨或分散於多黨，故使用乘法原則(multiplication)，對較大的持份或較大的差額給予較重的加權(Coulter, 1989:13)。

不比例性指數雖均無意對構成要項特別加權，不過，前述各種指數的加總核心仍有兩類加權的情況：(1)採平方者，如Gallagher最小平方指數及Sainte-Lague指數，會給予較大的差額較重的加權。(2)採比值者，如Sainte-Lague指數及d'Hondt指數，會給予過度代表的小黨較重的加權，尤其得票率接近0的小黨當選一席時，指數值趨於無限大。

(三)是否滿足移轉原則(principle of transfers)

Dalton (1920)認為，如所得從較多錢的人移轉給較少錢的人，無論授受者多富、多窮或移轉的數量多寡，不平等指數值應減少。這是分配的客體只有一種的情況；可是選舉結果的不比例性，涉及選票與席次兩種不同客體的分配。比例代表性偏差指數是否要滿足移轉原則？

茲以假設的個案檢視移轉原則如表1。若以優勢比 $A = S_i/V_i = 1$ 為衡平標準，個案I與II顯示，D指數、I指數及R指數對在 $A > 1$ 或 $A < 1$ 同一邊的席次分配移轉不敏感。至Lijphart兩最大黨指數，也因個案I與II剛好出現兩最大黨超額的情況，而對同一邊的席次分配移轉不敏感。個案I與III顯示，如將 $A > 1$ 政黨的席次移轉部分給 $A < 1$ 的政黨，則D指數與I指數值下降，而R指數值上升；此一情況符合Dalton移轉原則。Coulter (1989:17)稱這種現象為「弱的移轉原則」。但如席次移轉太多導致原持份超額的要項與持

表1 以假設的個案比較移轉原則

政黨	得票率	個案 I 當選率	個案 II 當選率	個案 III 當選率	個案 IV 當選率
甲	45%	50%(1.11)	45%(1.0)	48%(1.06)	40%(0.88)
乙	30%	35%(1.17)	40%(1.33)	33%(1.1)	25%(0.83)
丙	15%	10%(0.67)	8%(0.53)	12%(0.8)	22%(1.47)
丁	10%	5%(0.5)	7%(0.7)	7%(0.7)	13%(1.3)
Loosemore-Hanby D指數		10%	10%	6%	10%
Rae I指數		5%	5%	3%	5%
Lijphart兩最大黨指數		5%	5%	3%	5%
Rose R指數		90%	90%	94%	90%
Gallagher最小平方指數		7.07%	8.89%	4.24%	10.93%
Sainte-Lague指數		5.57	7.49	2.0	5.57
d'Hondt指數		1.17	1.33	1.1	1.47

說明：()為各黨的優勢比 $A=Si/Vi$ 。

份不足的要項易位，如個案 I、II與IV，則D指數、I指數及R指數值可能不變。

至於Gallagher最小平方指數、Sainte-Lague指數及d'Hondt指數對移轉顯然較為敏感。可是，將當選率從持份較多的政黨移轉給持份較少的政黨，如個案 I → II，其指數值不是減少，反而增加。但如以優勢比為準，當選率從優勢比較大的政黨移給優勢比較小的政黨如個案 II → I，從乙黨移給甲黨，從丁黨移給丙黨，其指數值減少；在這種情況下可滿足移轉原則。

不比例分配的特性之一，是在一個系統內如有構成要項的持份超額必導致其他要項的持份不足，而且超額與不足的差額相等。再者，測量不比例性時，只計算偏差的數值，而不論發生偏差之處。因此，各種比例代表性偏差指數只須滿足「弱的移轉原則」即可。

(四)是否對構成要項數的變化敏感

比例代表性偏差指數，係計算各政黨當選率偏離其得票率的程度，應無關乎參選政黨數的變化。故我們不能斷言：政黨數愈多，偏差值就愈小或愈大（註八）。筆者認為，一種合適的比例代表性偏差指數，對於增加一個得票率接近0而當選率為0的小黨，其指數值不應過於敏感。前述各種指數只有Rae I指數需要除以參選政黨數，故對增加得票率在0.5%以上的政黨數相當敏感；其餘指數，因公式不需計算所有參選政黨數，故多不敏感。

更進一步的分析顯示，新進政黨的得票率與當選率，(1)如未改變最大的兩個政黨的

持份，則不影響Lijphart兩最大黨指數值；(2)如未改變過度代表或不足代表政黨之加總差額，則不影響D指數及R指數值。至於Gallagher最小平方指數，因需加總所有參選政黨的差額，故新進的小黨對其指數值有些微影響。Rae I指數對增加得票率在0.5%以上的政黨數，相當敏感。Sainte-Lague指數及d'Hondt指數對增加得票率為0的政黨，其值無意義，不過這種情形並不存在；對增加得票率接近0而未得席次的小黨，其值不受影響；可是對得票率接近0而當選一席的小黨，將產生相當大的比值。因此，構成要項數的變化，對各種指數值的影響，須視情況而定。

(五)是否對構成要項持份大小的排序敏感

政治系統的構成要項為政黨，政黨無先天的排名次序，雖可依其得票或席次持份的次數或比率排序，但前述各種比例代表性偏差指數，除Lijphart兩最大黨指數要找出兩個最大的政黨，d'Hondt指數要找出最大優勢比的政黨外，並無須排列等級，亦無須依等級累計得票率與當選率，故對構成要項持份大小的排序不敏感。

Fry & McLean (1991:55-6)認為，如將各政黨的優勢比值，由不足代表到過度代表依次排列，則累加得票率（橫軸）對累加當選率（縱軸），可劃出Lorenz曲線。

二、技巧上的標準

所謂技巧上的標準，係指指數在運算過程與結果所顯現的一些特徵。

(一)界定(definition)：

Coulter (1989:26)認為，一種測量應界定所有可能的分配，亦即對每一種分配應有一個且唯一個指數值，以比值為基礎的指數應避免分母為0。前述以差額為基礎設計的指數均符合此一標準。至於以比值為基礎的指數，因民主國家不可能採用一種允許未得票的政黨可分得席次的當選規則，故應可避免分母為0。

(二)兩極性(polarity)：

所謂兩極性，係指某一指數在測量不比例性或比例性現象。前述各種指數，除Rose R指數為測量比例性指數外，餘皆為測量不比例性指數。不比例性指數值從極小到極大，所對應的現象是從比例到不成比例。比例性指數值從極小到極大，所對應的現象是從不成比例到比例，兩者的方向相反。若不比例性指數值的上限為1，下限為0；則比例性指數值為1減不比例指數值，上限為0，下限為1 (Coulter, 1989:12)。

(三)測量對象：

前述各種指數的測量對象可分為：(1)每次選舉(per election)：有Loosemore-Hanby D指數、Rose R指數、Gallagher最小平方指數及Sainte-Lague指數。(2)每一政黨(per party)：Rae I指數係測量得票率在0.5%以上政黨的 average 偏差，Lijphart兩最大黨指數係測

量兩最大黨的平均偏差，d'Hondt指數係測量各黨中最大的優勢比。

(四)指數的性質：

前述比例代表性偏差指數的加總核心有二類：一是以差額為基礎，係測量每一黨的當選率對得票率之差額的絕對差異；二是以比值為基礎，係測量每一黨的當選率對得票率之比值的相對差異。這兩者之間究有何差別？如一次選舉結果，甲黨得票率40%，當選率41%；乙黨得票率10%，當選率11%；以絕對差異測量，兩黨均有1%過度代表的差額；以相對差異測量，甲黨的優勢比值為1.025，乙黨的優勢比值為1.1；兩者的偏差程度不同。在此一情況下，Lijphart (1994:63)相信絕大多數人會同意甲黨的偏差程度不如乙黨嚴重，因為甲黨的相對偏差值較小。不過，這種標準只適用於絕對偏差值相同的情況。如甲黨得票率40%，當選率42%；乙黨得票率10%，當選率11%，則一般的看法會認為甲黨的偏差大於乙黨。如甲黨得票率40%，當選率44%；乙黨得票率10%，當選率11%，兩黨的優勢比值雖然相同，但相信很少人會同意這兩黨的偏差在規範上可視為相等。

(五)可解釋性(interpretability)：

指數值對所測量的現象應能作清楚而不含混的解釋，亦即指數值的範圍(range)應有明確的上限與下限。有些指數值適當地受限(properly bounded)，極小值為0，極大值為1；有些指數值未受限，極小值不是0及（或）極大值不是1而是無限大(Coulter, 1989: 27)。指數值的範圍如沒有明確的上下限，對特定的個案就不容易解釋，以指數值0.60為例，在0到1的尺度上有清楚的位置。

比例代表性偏差指數值應適當地受限，道理在於：

- (1)指數值從0到1，有明確的標準，可用以評估某次選舉結果分配不成比例的程度。
- (2)使用某一個指數，可比較不同當選規則不成比例的程度。
- (3)對於某次選舉結果，可比較不同指數的優劣。

如不同指數有不同的上下限，則我們將難以判定它們對選舉結果的相對敏感性。不過，Coulter (1989:27)認為，絕大多數未受限的測量指數，都可利用簡單的統計程序加以處理而標準化。

前述各種指數中，以差額為基礎的指數值，除Rae I指數值之上下限從 $2/n$ 到0外，餘皆適當地受限；但以比值為基礎的指數值均未受限，Sainte-Lague指數值從 ∞ 到0，d'Hondt指數值從 ∞ 到1。因此，就可解釋性言，以差額為基礎的指數較為可取。

(六)使用的資訊：

一種指數在描述其所測量的分配情況時，應盡可能使用所有的資料。Coulter (1989: 26)認為，使用大量的資訊，在於使指數值能充分地反映出該系統所有構成要項的實況，而不受一個或少數要項變化的影響，除非這種影響是測量策略的一部分。

前述各種指數中，D指數、R指數、Gallagher最小平方指數及Sainte-Lague指數使用所有構成要項的資料。不過，Gallagher (1991:39)在計算後兩種指數時，將「其他」算成一個政黨，會誇大其指數值。至於Rae I指數只計算得票率在0.5%以上的政黨，Lijphart兩最大黨指數與最大黨偏差指數，d'Hondt指數只取最大的優勢比，均有武斷的分隔點，顯然會遺漏很多資訊，無法反映實況。

(七)穩定性(stability)：

Wilcox (1973)認為「穩定性」，係指增加持份很小的構成要項對指數值改變的程度。研究者如無法確定是否省略或包含這些要項，則以指數值對之愈少依賴者愈好，如此才不致於因之扭曲結論。

不比例性指數屬雙變異測量，且 $\sum S_i = \sum V_i = 1$ ，如增加一個持份很小的政黨，則所有參選政黨的當選率與得票率需重分配。以差額為基礎的指數，除Rae I指數因增加得票率在0.5%以上的小黨而改變，故較不穩定外；對其餘的指數影響不大，較具穩定性。以比值為基礎的指數，如該新進的小黨以極低的得票率而當選一席時，指數值趨於無限大，較不穩定。

(八)簡單化(simplicity)：

指數應簡單化，而以便於計算且易於瞭解者為佳。目前個人電腦與袖珍型電子計算機相當普及，前述各種指數之計算並不困難。如從計算過程看，d'Hondt指數只需1道手續最為簡單，D指數、I指數及Lijphart兩最大黨指數需3道手續，R指數需4道手續，而以Gallagher最小平方指數及Sainte-Lague指數需5道手續較複雜。就易於瞭解而言，因計算過程較複雜，致所得結果難以從直觀經驗上去瞭解者，有Gallagher最小平方指數及Sainte-Lague指數。而較易於從直觀經驗上去瞭解者，有D指數、I指數、R指數及Lijphart兩最大黨指數。

上述各種比例代表性偏差指數主要特性之異同，可摘要整理如表2。

表2 各種比例代表性偏差指數主要特性之比較

	界定	兩極性	測量對象	指數性質	上下 限限	使用 資訊	穩定性	要項數 的影響	加權	簡單化
Loosemore-Hanby D指數	是	不比例	每次選舉	絕對差異	1,0	全部	穩定	不敏感	無	普通
Rae I指數	是	不比例	每一政黨	絕對差異	2/n,0	部分	不穩定	敏感	無	普通
Lijphart兩最大黨指數	是	不比例	兩最大黨	絕對差異	1,0	部分	穩定	不敏感	無	普通
Rose R指數	是	比例	每次選舉	絕對差異	0,1	全部	穩定	不敏感	無	普通
Gallagher最小平方指數	是	不比例	每次選舉	絕對差異	1,0	全部	穩定	不敏感	有	較難
Sainte-Lague指數	是	不比例	每次選舉	相對差異	$\infty,0$	全部	不穩定	不敏感	有	較難
d'Hondt指數	是	不比例	最大政黨	相對差異	$\infty,1$	部分	不穩定	不敏感	有	簡單

肆、比例代表性偏差指數的選擇

前文已依方法論的標準，評估了多種比例代表性偏差指數。以下將討論如何依據特定的研究主題，選擇一種較合適的測量指數。筆者認為，如擬研究每次選舉結果所有參選政黨的偏差情況，則以挑選Loosemore-Hanby D指數較為適當。本文擬將D指數納入較寬廣的統計系絡中，與社會科學中某些測量偏差的指數相比較。

一、挑選一種合適的測量指數

目前測量不比例性的指數叢生，我們如何依據研究主題，從中挑選一種較合適的指數？

Lijphart (1990:483)認為，Loosemore-Hanby D指數是最廣被使用的不比例性指數。Gallagher (1991:38 & 49)先是反對有一種最好的指數可用以測量不比例性；後來卻認為，測量（黑爾商數）最大餘數法的偏差，以最小平方指數優於D指數及I指數；測量最高平均數法的偏差，以Sainte-Lague指數優於d'Hondt指數。Lijphart (1994:62)又認為，最小平方指數最敏感且忠實地反映選舉結果的不比例性。孰是？孰非？且待討論。

Gallagher (1991:49)反對有單一種最好的測量指數，可用以判斷各種比例代表制當選規則的公平性，理由是：「各種比例代表法之設計，均為了極小化選舉結果的不比例性。

它們之間的不同，不在於某種當選規則比他種當選規則更公平，而是因為它們均在體現應如何測量不比例性的不同觀念。每種比例代表法極小化其所界定的不比例性觀念，因而產生各自的測量指數。」因此，依某種不比例性觀念所設計出的偏差指數，用以測量該種當選規則時，其不比例度均呈極小化。

此一論點係得自A. Sainte-Lague (1910)認為其所設計的聖拉噶法欲極小化各政黨不足代表的部分；而Viktor d'Hondt在設計頓特法時，心中所欲極小化的是各政黨最過度代表的部分（請參閱Lijphart & Gibberd, 1977:241-2）。Cox & Shugart (1991:348)認為，Hamilton在設計最大餘數法時，雖未提及所欲極小化的目標，但依Loosemore & Hanby (1971)的論點，（黑爾商數）最大餘數法極小化整個選舉結果的最大比例代表性偏差。Gallagher (1991:50)也證明，Loosemore-Hanby D指數依定義被（黑爾商數）最大餘數法極小化。因此，對任何選舉結果，如以d'Hondt指數測量各種當選規則的不比例性時，以頓特法最小。以Sainte-Lague指數測量時，以聖拉噶法最小。至於以差額為基礎所設計的Loosemore-Hanby D指數、Rae I指數及Gallagher最小平方指數，則以黑爾商數最大餘數法最小。既然Gallagher認為每一種比例代表制當選規則極小化其所界定的不比例性，為何黑爾商數最大餘數法以上述三種指數測量均極小化？他並未說明理由。

筆者擬以應選名額 $m=9$ ，參選政黨數 $n=4$ ，各政黨得票率組合為{43%, 36%, 16%, 5%}之個案來檢證此一論點如表3。

表3顯示，上述個案符合Gallagher (1991)的論點。Lijphart (1994:63)認為，這種情況只限於選舉區層次。Cox & Shugart (1991:350)認為，在全國層次影響選舉結果不比例性的因素，除當選規則外，還有額外席次、法定門檻、不當配額及政黨支持的地區分布等。不過，筆者要特別強調，就連在選舉區層次，Gallagher (1991)也只看到各種當選規則呈差異的情況，而未能見及無差異的情況。以 $n=4$ 各政黨得票率組合{43%, 36% 16%, 5%}為例如表4，在 $m \leq 8$ 時，以聖拉噶法及黑爾商數最大餘數法分配各政黨所得席次均無差異；而在 $m=1, 2, 5, 6, 7, 8$ 時，無論以頓特法、聖拉噶法或黑爾商數最大餘數法分配各政黨所得席次亦均無差異，以 $m=8$ 為例，甲黨均得4席，乙黨3席，丙黨1席，丁黨0席。因此，在這些情況下，無論以那一種指數測量上述三種當選規則之偏差值均無差異，亦即沒有所謂「極小化」的現象。

Gallagher (1991:38)的結論是，上述各種比例代表性偏差指數均在體現個別比例代表制當選規則的不比例性觀念，如要以其中一個指數來測量各種當選規則不成比例的程度，即使最後是無法避免的，但在方法論上令人質疑，因為我們已事先曉得結果。他的說法雖有道理，但筆者以為，欲從事比較研究，在方法論上，必須要有一個共同的標準，故研究結論的陳述應是：「以X指數測量，A當選規則所產生的選舉結果，比B當選規則所

表3 以假設的個案比較各種比例代表性偏差指數※

	得票率 %	頓特法		聖拉噶法		黑爾商數 最大餘數法	
		席次	%	席次	%	席次	%
		甲黨	43	4	44.4	4	44.4
乙黨	36	4	44.4	3	33.3	3	33.3
丙黨	16	1	11.1	2	22.2	1	11.1
乙黨	5	0	0	0	0	1	11.1

Loosemore-Hanby D指數	9.8%			7.7%		7.5%	
Rae I指數		4.93%		3.83%		3.78%	
Gallagher最小平方指數	7.79%			6.03%		5.94%	
Sainte-Lague指數		8.5		5.68		9.19	
d'Hondt指數		1.23		1.39		2.22	

※Gallagher (1991: Table 3 & 4)除計算上述五種指數外，還有d'Hondt (5%)指數，但未處理Lijphart兩最大黨指數及Rose R指數。

表4 以假設的個案比較各種當選規則的席次分配

應選 名額 m	頓特法				聖拉噶法				黑爾商數最大餘數法			
	甲黨 43%	乙黨 36%	丙黨 16%	丁黨 5%	甲黨 43%	乙黨 36%	丙黨 16%	丁黨 5%	甲黨 43%	乙黨 36%	丙黨 16%	丁黨 5%
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
2	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
3	2	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
4	2	2	0	0	2	1	1	0	2	1	1	0
5	2	2	1	0	2	2	1	0	2	2	1	0
6	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
7	3	3	1	0	3	3	1	0	3	3	1	0
8	4	3	1	0	4	3	1	0	4	3	1	0
9	4	4	1	0	4	3	2	0	4	3	1	1
10	5	4	1	0	4	4	2	0	4	4	2	0

產生的選舉結果更不成比例」，而非「A當選規則所產生的選舉結果以X指數測量，比B當選規則所產生的選舉結果以Y指數測量，更不成比例」。

筆者認為：指數只能作為測量的工具，每種指數均有其特定的用途，選擇指數須視

研究主題而定，必須切合研究主題所要測量的對象。如以某種研究主題所要測量的對象為標準，來選擇比例代表性偏差指數，則：

(1)研究選舉結果各政黨最大的優勢比值，只能選擇d'Hondt指數。如Taagepera (1980), Taagepera & Shugart (1989:ch.7)採用優勢比，以一國長期選舉結果為資料，研究各政黨優勢比值對其得票率之間的關係，描繪出各種比例性輪廓線(proportionality profiles curve)。

(2)研究選舉結果各參選政黨平均偏差，只能選擇Rae I指數，如Rae (1967:84-6)。

(3)研究每次選舉結果所有參選政黨的偏差情況，可選擇①Loosemore-Hanby D指數，如Lijphart (1984: Table 9.1); Lijphart (1990: Table 1); Jones (1993: Table 2)；②Rose R指數，如Rose (1984); Mackie & Rose (1991:510)；③Gallagher最小平方指數，如Gallagher (1991:Table 4)；及④Sainte-Lague指數，如Gallagher (1991: Table 4)。

此外，筆者認為：測量不同研究對象所用的不同指數，彼此之間無法相互比較優劣。因此，Gallagher (1991:49)所謂，「測量（黑爾商數）最大餘數法的偏差，以最小平方指數優於I指數；測量最高平均數法的偏差，以Sainte-Lague指數優於d'Hondt指數」，此種說法堪疑。再者，Gallagher (1991: Table 5)計算各種指數值之間的相关性，筆者認為：以差額為基礎的指數值為百分比，而以比值為基礎的指數值為倍數，兩種數值不同，顯然不能作相關分析。

至於測量每次選舉結果所有參選政黨的偏差情況，究應挑選：Loosemore-Hanby D指數、Rose R指數、Gallagher最小平方指數或Sainte-Lague指數？可從方法論上加以比較。

Sainte-Lague指數的特性是計算比值，其缺點有：(1)上限趨於無限大，(2)指數值不穩定，如小黨以極低的得票率當選一席，指數值趨於無限大，(3)指數的加總核心採平方，對較大的差額給予較重的加權。(4)加總各黨比值誤差的平方所得數值，難以解釋，甚至無意義。(5)指數值無法從直覺經驗上去瞭解。

Gallagher最小平方指數的缺點：(1)指數的加總核心採平方，對較大的差額給予較重的加權。(2)被開方數係加總各黨當選率對得票率差額的平方再除以2，為何除以2未作說明。

至於Loosemore-Hanby D指數與Rose R指數，實為一體的兩面，具有計算簡單且易於從直觀經驗上瞭解的優點；無Sainte-Lague指數與Gallagher最小平方指數的缺點。D指數公式中，將加總核心除以2，係為避免因選舉結果過度代表與不足代表相等而重複計算。筆者發現，在計算各國資料時，我們可利用此一特性，避開「其他」項，但指數值不會遺漏任何參選政黨的資訊。Mackie & Rose (1991)將得票率未曾達1%的政黨及無

黨籍候選人之得票率與當選率納入「其他」項，其他項當然不能視為一個政黨，因此，在計算過程，如其他項不足代表，則D值只要加總過度代表政黨的偏差即可；反之，如其他項有過度代表情事，則D值只要加總不足代表政黨的偏差即可。而且D指數還有一個其他指數所未有的特點，就是在選舉區層次可推演出計算某些選舉制度的最大比例代表性偏差Dmax公式(Loosemore & Hanby, 1971; Laakso, 1979)。因此，筆者認為，為比較各種選舉制度的不比例性，以挑選Loosemore-Hanby D指數最為合適。

筆者選擇D指數，另外的道理，是D指數可納入較寬廣的統計系絡中，與社會科學某些測量偏差的指數相比較。

二、D指數與社會科學測量偏差指數之比較

以偏差模型為基礎來測量不平等或不公道的現象，不是選舉研究所獨有，也不限於比例代表性偏差，而可納入較寬廣的統計系絡中來討論。為從事比較分析，筆者擬將Loosemore-Hanby D指數公式的形式一般化為：

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |P_i - E_i|$$

其中n是要項數， P_i 是第i個要項持有某種客體的百分比， E_i 係第i個要項應有某種客體的百分比。 P_i 為實際值， E_i 為在某種量化基準下的預期值， P_i 及 E_i 可為同種客體或兩種不同客體的分配。Monroe (1994:136)指出， E_i 必不可為負數，且 $\sum E_i = \sum P_i = 100\%$ 。

一般化的偏差指數，係測量某種客體在系統內各要項間分配不平等或不比例的程度。指數值顯示，該種客體必須重分配以達完全平等或比例的數值。適用的對象，不限於選舉，可用於社會科學其它的研究領域。

一般化偏差指數之核心部分 $|P_i - E_i|$ ，由兩個變數組成， P_i 為各要項的實際值， E_i 為各要項的預期值（即量化基準）。以各要項的預期值是否相同為準，可區分為單變異測量(univariate measure)與雙變異測量(bivariate measure)。

(一)單變異測量

所謂「單變異測量」係指一種測量中，各要項的預期值均相同，只有實際值在變化。Schutz (1951)提出測量所得分配不平等的指數，被稱為「舒茲不平等指數」(Taagepera, 1979:279; Coulter, 1984:327)，係以各要項持份的平均值為標準，屬單變異測量之一，又稱為「相對平均偏差」(relative mean deviation) (Allison, 1978:867)，公式為：

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left| P_i - \frac{1}{n} \right|$$

n 是類別數，通常是依家戶所得高低分為十等份， P_i 是第 i 等份家戶所得占總所得之百分率，若分配平均則各等份家戶所得之比例應為總所得的 $1/n$ 。

Coulter (1989:46)認為，Schutz不平等指數只要計算優勢比(A)高於平均數或低於平均數之構成要項即可，並未使用所有可用的資訊，故對未計算部分的差異不敏感。筆者認為此種說法有待商榷。因為從公式可看出Schutz不平等指數，係將所有要項均列入計算，而除以2的道理乃Coulter (1989:12 & 166)所謂，如有分配不平等的現象，則一個構成要項的持份超額，必導致一個以上其他構成要項的持份不足。在一次分配中，超額與不足相等，所以要除以2，否則每一偏差將重複計算。

(二)雙變異測量

所謂「雙變異測量」，係指一種測量中各要項的實際值與預期值均在變化，實際值與預期值分別為兩種不同分配的結果，各種比例代表性偏差指數屬之。因為就選舉結果言，我們並不預期所有的政黨會獲得相同的席次，而是希望各黨的當選率應等於其得票率；所以衡平標準不是 $1/n$ ，而是各黨的得票率 V_i 。社會科學中類似的測量指數可舉下列二個例子。

1. Brouters I指數

Boruthers (1981:1000)提出測量都市地區提供公共服務不平等的公式為：

$$I = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left| \frac{M_i}{M_t} - \frac{S_i}{S_t} \right|$$

n 為分區數， M_i/M_t 為第 i 區公共服務支出占該市總公共服務經費之百分率， S_i/S_t 為第 i 區應得公共服務之百分率。此一公式的形式，顯然與Loosemore-Hanby D指數相同，均為測量不比例分配。Coulter (1981:401)認為，在 $S_i/S_t=1/n$ 時，Brouters I指數值等於Schutz S指數值。

2. Przeworski D(t)指數

Przeworski (1975)提出測量「去制度化」(deinstitutionalization)的不穩定指數D(t)， t 為時間。

$$D(t) = (1/2) \sum | P_i(t+1) - P_i(t) |$$

不穩定指數D(t)，係測量各黨在某次選舉（時間t+1）的得票率，對上一次選舉（時間t）的得票率的偏差，其衡平標準為上次選舉（時間t）的得票率，與不平等或不比例分配的衡平標準不同。因此，Taagepera & Shugart (1989:261)認為，D指數的形式，可用以測量對任何標準或預期的偏差，而不僅限於對比例或平等的偏差。

單、雙變異測量之指數值，因衡平標準不同而有所差異。茲以Loosemore-Hanby D指數、Brouthers I指數及Schutz S指數為例，加以討論：

第一、上限與下限：Loosemore-Hanby D指數與Brouthers I指數之下限為0，上限為1。Schutz S指數值之下限為0，但上限不是1，而是 $1 - 1/n$ ，n為要項數(Taagepera & Ray, 1977:368-70)。系統的構成要項數愈少，Schutz S指數的上限值愈小。如有2個要項，極端的分配情況{1, 0}，上限為0.50；如有5個要項，極端的分配情況{1, 0, 0, 0, 0}，上限為0.80。如欲將Schutz S指數上限調整為1，則公式要改為：

$$\frac{\sum | P_i - 1/n |}{2(1 - 1/n)}$$

第二、對要項數變化的影響：D指數之衡平標準，為另一種客體的分配，本文前曾討論D指數值不受要項數變化的影響，故增加一個得票率接近0而當選率為0的政黨，D值不變；亦即D值獨立於要項數變化之外，或對要項數變化不敏感；Brouthers I指數亦然，如比較例五與例六。至於Schutz S指數，因其衡平標準為 $1/n$ ，指數值受要項數變化的影響，如增加持份接近0的要項，其指數值增加，可比較例五與例六。如增加持份不為0的要項，其指數值變或不變，須視實際分配情形而定。Coulter (1981:401)指出，在 $P_i/E_i = \alpha$ 維持不變，而要項數變化的條件下，每一要項若同除以某數如2，則要項數倍增，S值仍不變，可比較例五與例七。

	例五			例六			例七			
Pi%	56	44	0	56	44	0	28	28	22	22
Ei(=1/n)%	50	50		33.3	33.3	33.3	25	25	25	25
Schutz S指數	6%			33.3%			6%			
Ei	50	50	0	50	50	0	25	25	25	25
Loosemore-Hanby D指數	6%			6%			6%			
Brouthers I指數	6%			6%			6%			

Taagepera (1979:288-9)認為，欲測量不平等，不僅要知道各要項的持份，而且要知道要項數，若不考慮要項數似不可能。不過，筆者以為，這種情形並不適用於Loosemore-Hanby D指數，因為D指數不受要項數變化之影響。

第三、移轉原則：Dalton (1920)認為，所得重分配，如所得從較多錢的人移轉給較少錢的人，無論授受者多富、多窮或移轉的數量多寡，不平等指數值應減少。可是，一般化的偏差指數，無論是Loosemore-Hanby D指數、Schutz S指數或Brouthers I指數，對在 $P_i > E_i$ 或 $P_i < E_i$ 同一邊的移轉完全不敏感，亦即其指數值不變。筆者認為，此乃Coulter (1989:12 & 166)所謂，如有分配不平等現象，則一個構成要項的持份超額，必導致一個或更多其他構成要項持份不足；同時超額與不足相等。至於在平衡標準上下之間移轉，大部份情形會改變其指數值。因此，這三個指數只符合「弱的移轉原則」。

三、D指數的限制

Taagepera & Shugart (1989:261)指出，為比較不同的選舉制度，我們必須設計或挑選簡單的指數，但簡單化總會流失某些資訊。D指數顯然未告訴我們比例代表性偏差的全部內容。我們也不能期望，一個數值所告訴我們的資訊會與數個不同數值同樣多。Fry & McLean (1991:52)認為，Rose的比例性指數無法掌握比例性觀念的某些面向。此一論點亦適用於D指數。以D指數測量不比例性概念，會有那些限制？

(一)不適用於要求選舉人表示更多偏好的選票結構

不比例性指數的平衡標準為各政黨的得票率。而現有各國歷次選舉結果的資料，多為各政黨第一偏好的得票持份。對於要求選舉人表示更多偏好的選舉制度，Mackie & Rose (1982 & 1991)在編輯上的處理方式有：

1. 對排列偏好順序的選票結構，如單記可轉讓投票法(STV)或選擇性投票法(Alternative Vote)，只列計各黨第一偏好的得票。
2. 對法國兩輪投票法(two ballot vote)，只列計各政黨在第一輪的得票。
3. 對於西德投二張票，只列計各政黨在第二張投政黨選票之得票。

可是，各黨的席次持份都是最後的選舉結果，並非僅由第一偏好的得票持份所決定。因此，D指數只能測量「第一偏好的不比例性」(Fry & McLean, 1991:53)；僅適用於每一選舉人只投其第一偏好的選票結構，如比較多數當選制(plurality)、政黨名單比例代表制(PR)、單記不可轉讓投票法(SNTV)等，而不適用於要求選民表示更多偏好的選票結構。

(二)無法顯示各政黨當選率與得票率的排名次序是否一致

D指數測量不比例，其值愈大愈不成比例，愈不公平。可是，從另一個角度看「公平」，如果某黨得票率第一名，當選率反為第二名，這種情況應較不公平，但D值無法

顯示各黨當選率與得票率的排名次序是否一致。以英國為例，自1945年以來下議院歷次選舉結果之D值，以1951年3.4%最小，而以1983年24.1%最大。可是，1951年工黨得票率48.8%第一名，當選率47.2%第二名；保守黨得票率48.0%第二名，當選率51.4%反為第一名。而1983年兩大黨之當選率與得票率之排名則一致。（資料見Mackie & Rose, 1991:452-5）

(三)無法得知發生偏差之處

D指數係計算一次選舉結果，各參選政黨當選率偏離其得票率的程度。這種數據，僅表示選舉結果各政黨過度代表或不足代表的百分比，而非發生偏差之處。故我們無法從D值得知下列情形：

1. 那些政黨過度代表（正偏差）？那些政黨不足代表（負偏差）？
2. 偏差的情況是集中或分散？
3. D值大小究竟對大黨或小黨有利？

(四)全國性指數無法反映地區性差異

選舉結果之D指數值，可從選舉區、地區及全國等層次，由下而上累計。全國性的D值，通常小於地區性加權平均D值與選舉區平均D值，此乃因政黨勢力在地區或選舉區的分布並不一致。英國採單一名額選舉區相對多數當選制，Fry & McLean (1991:53)利用Rose R指數計算1987年英國國會議員選舉結果，全國性R指數值=0.793，地區性加權平均R指數值=0.719；經換算後全國性D指數值=0.207，小於地區性加權平均D指數值=0.281。所謂「地區性加權平均D指數值」，係將各地區性D指數值乘以其應選名額，加總後再除以總應選名額。

筆者依據Rallings & Thrasher (1993)英國1992年大選結果資料，加以計算得出：全國性D指數值=0.171 < 地區性加權平均D指數值=0.203（如表5） < 選舉區平均D指數值=0.476，顯示全國性D指數值較低，較具比例性，而無法反映地區性差異。

表5 英國1992年大選地區性D指數值

地 區	地區性D指數值	應選名額
英 格 蘭	0.187	524
威 爾 斯	0.232	38
蘇 格 蘭	0.291	72
北愛爾蘭	0.256	17
加權平均D值	0.203	

（依據Rallings & Thrasher, 1993:162資料計算）

伍、結語

政治研究科學化的首要工作，是概念運作化，也就是以數學形式的指數來描述概念的特性。但是測量同一個概念的指數都不只一種，以不同的指數去測量同一套資料，將得出不同的數值；這些數值所代表的意義，在進行研究之前必須先予釐清，否則選錯指數將得出無效的結論。可是，政治學者們在設計選舉結果不比例性的測量指數時，卻多未能先從方法論上評估該指數的特點及優、缺點。本文的研究目的，就在於彌補這個缺漏。不過，筆者認為，對於不比例性概念的運作化，除非學者們能夠找出共同認定的測量指數，並加以發揚光大，否則仍將侷限於各說各話，而無法科學化，更難以累積知識。

指數是將概念運作化的測量工具，選擇指數必須切合研究主題所要測量的對象，故須視研究主題而定，如欲比較研究選舉制度不比例的現象，而以所有參選政黨的偏差情況為測量對象，究以挑選那個指數為宜？經本文從方法論的角度比較分析的結果，筆者認為以採Loosemore-Hanby D指數較為合適。此一論點顯然不同於：

(1)Gallagher (1991:49)所謂，測量（黑爾商數）最大餘數法的偏差，以最小平方指數優於D指數及I指數；測量最高平均數法的偏差，則以Sainte-Lague指數優於d'Hondt指數。

(2)Lijphart (1994:62)所謂，最小平方指數最敏感且忠實地反映選舉結果的不比例性。

社會科學方法論的文獻多在處理屬於單變異測量的不平等概念，而選舉結果涉及各政黨得票與席次兩種不同客體分配的不比例現象，屬於雙變異測量的不公道概念之一。本文除介紹多種比例代表性偏差指數外，並將之納入不平等指數系絡中，加以評估。在研究過程中，筆者深切感受單、雙變異測量指數之間有相當大的差異。有關方法論的根本問題，尚待深入探究。

註釋

註一：Taagepera & Ray (1977:368-9)列舉20種測量集中與不平等的指數。Taagepera (1979:275)又舉出其他學者新近設計的指數，故稱之為「指數的叢林」(jungle of indices)；並認為設計新的指數，比置諸社會科學文獻中來討論更為簡單；可是為了比較的目的，只有極少數的指數能留存。Coulter (1989)編輯一本測量不平等的方法論手冊，共探討了測量不平等、集中及不公道等現象的41種指數。

註二：Monroe (1994:132-3)認為，在一個地理區域，因代表名額比率與人口比率不相等，會造成「不當配額」(malapportionment)的現象。不當配額與不成比例在數學上同值(equivalent)。Coulter (1989)稱此種偏離另一種分配基準的現象為不公道(inequity)。因此，不成比例與不當配額均為選舉的不公道(electoral inequity)現象。

註三：Coulter (1989:24-6)認為，每一種不平等指數皆衍生自下列四種數學模型：deviations, combinatorics, entropy及social welfare function。

註四：黑爾商數(Hare quota)，係以有效票數除以該選舉區應選名額得出分配一席的商數。以黑爾商數最大餘數法分配席次，係將各政黨得票數除以該商數，得幾個商數就分幾席，未分配的剩餘席次，再依次分給剩餘選票最多的政黨。每一黨最多分得一個剩餘席次。實際上與Hamilton法並無差異。

美國眾議院在1907之前應選386名，其中紐約州38名，緬因州3名，每名平均代表193,167人。奧克拉荷馬州在1907年加入成為新州，該州100萬人，依人口比例分配5名，總應選名額增為391名。如以Hamilton法計算，紐約州將得37名減少1名，緬因州將得4名增加1名。Balinski & Young (1982:43-4)稱之「新州矛盾」。此外，Hamilton法還會產生其他兩種矛盾：

(1)「阿拉巴馬州矛盾」(Alabama paradox), 1880年眾議院總應選名額299名，以Hamilton法分配名額，阿拉巴馬州分得8名，如總應選名額增為300名，阿拉巴馬州分配的應選名額反而減少為7名(Balinski & Young, 1982:39)。

(2)「人口矛盾」(population paradox), 1900年維吉尼亞州人口數1,854,184人，應選10名。緬因州94,466人，應選3名。1901年人口數是1,873,951人對699,114人，如以Hamilton法計算，維吉尼亞州將得9名減少1名，緬因州將得4名增加1名(Balinski & Young 1982:43)。此乃因人口數增加改變了各州的人口比率。

筆者認為這些矛盾都出在於重分配的結果，涉及兩次不同的分配，各構成要項的持份已改變，而且餘數也不同。解決之道：(1)增加應選名額，(2)改變配額的規則。

註五：Lijphart (1985:10)認為，Loosemore-Hanby D指數對參選政黨數「太過於敏感」，所持的理由是，若一次選舉所有參選政黨之當選率各偏離其得票率1%，如有兩黨參選，則D指數值=1.0%；如有十黨，則D=5.0%。因為比例代表制與多黨制之間有強的關係，故D指數傾向於低估比例代表制的比例性。

Gallagher (1991:40)認為，Loosemore-Hanby D指數對參選政黨數「太過於不敏感」，所持理由是，比較下列兩次選舉，(1)兩黨參選，一黨得票率60%，當選率64%，另一黨得票率40%，當選率36%。(2)八黨參選，其中四黨得票率各為15%，當選率各為16%；其餘四黨得票率各為10%，當選率各為9%。以D指數計算，這兩次選舉結果D值均為4%。

註六：Laakso & Taagepera (1979)所提「有效政黨數」之計算公式為：

$$1 / \sum P_i^2$$

P_i為第i黨持份的百分比。

註七：Coulter (1989)所提評估各種不平等指數在概念上與技巧上的兩類標準，Monroe (1994)分別稱之為，測量不平等的公理(axioms)與準公理(quasi-axioms)。筆者以為現有的不平等指數並不完全符合這些標準，故稱之為公理，似乎言過其實。

註八：Taagepera & Shugart (1989:261)認為選舉制度可能存在著一個系統性的問題：較多政黨參選的選舉結果應該會比較少政黨數參選，容易累積成較大的D值。此種說法顯然並不正確。再者，D指數除以2的道理，在於不比例的分配情況中，超額與不足兩者相等，而無關政黨數。

參考書目

Allison, P.D.

1978 "Measures of Inequality." *American Sociological Review* 40:865-880.

Atkinson, A.B.

1970 "On the Measurement of Inequality." *Journal of Economic theory* 2:244-263.

Balinski, Michel L. & H. Peyton Young

1982 *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote*. New Haven & London: Yale University Press.

Brouthers, L.E.

1981 "Measuring Inequity in the Distribution of Urban Public Services: A Simplification." *Policy Studies Journal* 9:999-1000.

Coulter, P.B.

1981 "Measuring Distributional Inequity." *Policy Studies Journal* 10:396-405.

Coulter, P.B. & T. Pittman

1983 "Measuring Who Gets What: A Mathematical Model of Maldistribution." *Political Methodology* 9:215-234.

Coulter, P.B.

1984 "Distinguishing Inequality and Concentration: The Exponentiation Principle." *Political Methodology* 10:323-335.

Coulter, P.B.

1989 *Measuring Inequality: A Methodological Handbook*. Boulder: Westview Press.

Cox, Gary W. & M.S. Shugart

1991 "Comment on Gallagher's 'Proportionality, Disproportionality and Electoral Systems'" *Electoral Studies* 10:348-352.

Dalton, Hugh

1920 "The Measurement of the Inequality of Incomes," *The Economic Journal* 30:348-361.

Fry, V. & I. McLean

1991 "A Note on Rose's Proportionality Index." *Electoral Studies* 10:52-59.

Gallagher, Michael

- 1991 "Proportionality, Disproportionality and Electoral Systems." *Electoral Studies* 10:33-51.
- Jones, Mark P.
- 1993 "The Political Consequences of Electoral Laws in Latin America and the Caribbean." *Electoral Studies* 12:59-75.
- Katz, R.S.
- 1980 *A Theory of Parties and Electoral Systems*. Baltimore & London: The Johns Hopkins University Press.
- Laakso, M.
- 1979 "The Maximum Distortion and the Problem of the First Divisor of Different P. R. Systems." *Scandinavian Political Studies* 2:161-169.
- Laakso, M. & R. Taagepera
- 1979 "'Effective' Number of Parties: A Measure with Application to West Europe." *Comparative Political Studies* 12:3-27.
- Lasswell, H.D.
- 1940 *Politics: Who Gets What, When, How*. New York: Norton.
- Lijphart, A. & R. W. Gibberd.
- 1977 "Thresholds and Payoffs in List Systems of Proportional Representation." *European Journal of Political Research* 5:219-244.
- Lijphart, A.
- 1984 *Democracies: Patterns of Majoritarian and Consensus Government in Twenty-One Countries*. New Haven: Yale University Press.
- Lijphart, A., & B. Grofman, eds.
- 1984 *Choosing an Electoral System: Issues and Alternatives*. New York: Praeger.
- Lijphart, A.
- 1985 "The Field of Electoral Systems Research: A Critical Survey." *Electoral Studies* 4:3-14.
- Lijphart, A.
- 1990 "The Political Consequences of Electoral Laws, 1945-85" *American Political Science Review* 84:481-496.
- Lijphart, A.
- 1994 *Electoral Systems and Party Systems: A Study of Twenty-Seven Democracies*, 1

945-1990. Oxford: Oxford University Press.

Loosemore, J., & V.J. Hanby

1971 "The Theoretical Limits of Maximum Distortion: Some Analytic Expressions for Electoral Systems." *British Journal of Political Science* 1:467-477.

Mackie, T.T., & R. Rose, eds.

1982 & 1991 *The International Almanac of Electoral History*. New York: MacMillan.

Monroe, Burt L.

1994 "Disproportionality and Malapportionment: Measuring Electoral Inequity." *Electoral Studies* 13:132-149.

Przeworski, A.

1975 "Institutionalization of Voting Patterns, or is Mobilization a Source of Decay?" *American Political Science Review* 69:49-67.

Rae, D.W.

1967 & 1971 *The Political Consequences of Electoral Laws*. New Haven: Yale University Press.

Rallings, C. & M. Thrasher

1993 *Britain Votes 5: British Parliamentary Election Results 1988-1992*. England: Dartmouth.

Rawls, J.

1971 *A Theory of Justice*. Cambridge: Harvard University Press.

Rose, R.

1984 "Electoral Systems: A Question of Degree or of Principle?" in A. Lijphart & B. Grofman, eds. *Choosing an Electoral System: Issues and Alternatives*.

Schutz, R.R.

1951 "On the Measurement of Income Inequality." *American Economic Review* 41: 107-122.

Taagepera, R. & J.L. Ray

1977 "A Generalized Index of Concentration." *Sociological Methods and Research* 5: 367-383.

Taagepera, R.

1979 "Inequality, Concentration, Imbalance." *Political Methodology* 6:275-291.

Taagepera, R. & M. Laakso

1980 "Proportionality Profiles of West European Electoral Systems" *European Journal of Political Research*, 8:423-446.

Taagepera, R. & M.S. Shugart

1989 *Seats and Votes: The Effects and Determinants of Electoral Systems*. New Haven: Yale University Press.

Taylor, P.J. & R.J. Johnston

1979 *Geography of Elections*. New York: Holmes & Meier Publishers.

Wilcox, Allen R.

1973 "Indices of Qualitative Variation and Political Measurement," *Western Political Quarterly* 26:325-343.